Variáveis Complexas **Lista 03**
operações geométricas tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira **Dep. de Matemática**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú 25 de setembro de 2007

Por favor, prenda esta *folha de rosto* na sua solução desta lista, deixando-a em branco, se você resolver entregar em papel. Ela será usada na correção.

Exercícios 1 *Operações geométricas com números complexos* objetivo: *Compreender o significado geométrico dos números complexos e a tradução algébrica dos mesmos. Mostrar uma forma diferente de fazer trigonometria, em particular a fórmula da soma de arcos que você pode memorizar como um produto de números complexos.*

palavras chave: *módulo, círculo unitário, ângulo, conjugado, translação, soma de arcos*

Círculo unitário é o conjunto dos números complexos de módulo 1. Vamos chamá-lo de $\mathbf{S}^1$. Faça um gráfico.

1. *Mostre que o produto de dois números complexos de módulo 1 é outro número complexo de módulo 1. Quer dizer que $\mathbf{S}^1$ é fechado para o produto.*

2. *Mostre que as propriedades associativas e comutativas valem para a multiplicação em $\mathbf{S}^1$ e que existe um elemento neutro para multiplicação.*

3. *Conclua que $(\mathbf{S}^1, \cdot)$ é um grupo multiplicativo de números complexos (um subgrupo do grupo de todos os números complexos excetuando o zero).*

4. *A fórmula de Euler*

   Associe a cada número complexo z o seu argumento, θ, o arco de $\mathbf{S}^1$ que vai desde $(0,1)$ até a extremidade do vetor que representa geométricamente z. Notação $\theta = arg(z)$. Mostre que $arg(zw) = arg(z) + arg(w)$.

   $$z = e^{i\theta} = cos(\theta) + isen(\theta) \; ; \; \theta = arg(z)$$

   Este exercício vai lhe mostrar um caminho lógico para concluindo que

   $$e^{i\theta}e^{i\alpha} = e^{i(\theta+\alpha)}$$

   usando a fórmula de Euler

   Considere agora $e^{i\gamma} = e^{i\theta}e^{i\alpha}$ o produto de dois números complexos unitários, (vale a fórmula de Euler). Mostre, usando distância entre dois pontos, que

   $$d(e^{i\gamma}, e^{i\theta}) = d(e^{i\alpha}, 1)$$

   depois conclua que isto prova (geometricamente) que

   $$e^{i\gamma} = e^{i\theta} + e^{i\alpha}$$

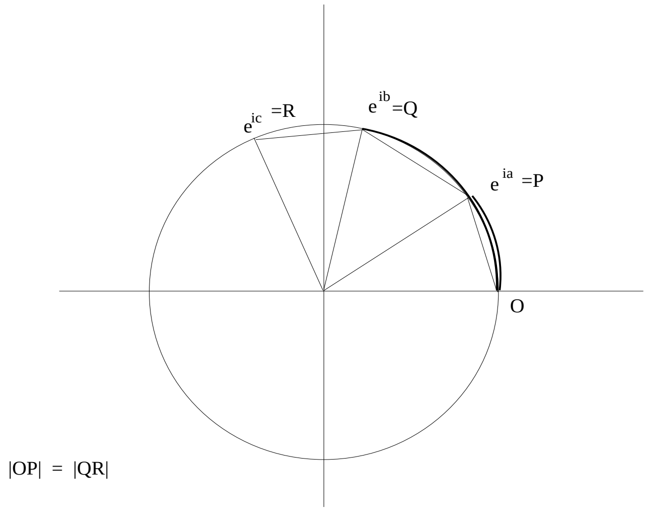

Figura 1: Produto de números complexos unitários

sugestão: veja a representação geométrica na figura (1) página 2, para se convencer de que é verdade.

5. *Generalizando a questão anterior*

   Demonstre que o produto de números complexos no $\mathbf{S}^1$ se obtem com a soma de arcos (fórmula do logaritmo).